

筆答試験

一般基礎科目

試験時間 13:30～15:00

- 問題は次の通り 22 題ある。生物学(問題番号 1～16)、物理学(問題番号 17、18)、化学(問題番号 19、20)、数学(問題番号 21、22)。これらのうちから 6 題を選択し解答すること。ただし、生物学 2 題は必ず選択すること。
- 和文の問題(問題番号 1～22)のあとに続けて、英文(問題番号 1～22)が印刷されている。和文または英文どちらか一方の問題文に基づいて解答すること。
- すべての解答用紙の所定の欄に、受験番号(2 箇所)、氏名、および選択した問題の番号を記入すること。
- 各問題の解答にはそれぞれ別々の解答用紙を用いること。追加の解答用紙が必要な時は手を挙げる。1 つの問題への解答が 2 枚にわたる場合は、1 枚目の右下に「次ページに続く」、2 枚目の左上に「1 ページ目からの続き」と大きく明記すること。解答用紙の裏面は使用しないこと。
- 解答は、すべて解答用紙の指定された枠内に記述すること。また、とくに指定のない限り、解答は日本語または英語で記述すること。

Written examination

Basic subjects

Examination time 13:30-15:00

- There are 22 tests in the following order: Biology (test number 1-16), Physics (test number 17, 18), Chemistry (test number 19, 20), Mathematics (test number 21, 22). You must select and answer six tests. At least two tests must be selected from the Biology section.
- The Japanese text (test number 1-22) is followed by the English text (test number 1-22). Answer the questions based on either the Japanese or English text.
- Write the following items at the designated places on every answer sheet: your examinee's number at “受験番号” (there are two places on a sheet), your name at “氏名”, and the test number you have selected at “問題番号”.
- Write your answers to each test on a separate answer sheet. If you need an additional answer sheet, raise your hand. If the answer to a test is on two separate answer sheets, clearly write “continued on next page” in the lower right corner of the first sheet and “continued from page 1” in the upper left corner of the second sheet. Do not use the reverse side of the answer sheet.
- Write answers in the ruled area on the answer sheet in either Japanese or English, unless otherwise specified.

生物学

問題 1

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

葉緑体チラコイド膜には、^(a) 緑色色素であるクロロフィルを含む光化学系、シトクロム b_6-f 複合体、ATP 合成酵素などの複数種の酵素または複合体が含まれている。このうち、^(b) いくつかの因子の働きにより、チラコイド内腔ーストロマ間にプロトン勾配が生じる。葉緑体の ATP 合成酵素は主にこのプロトン勾配を利用して ATP を合成する。

- （１）下線部（a）について、クロロフィルが緑色に見える理由を、クロロフィルの吸収光の波長領域に言及しつつ、２行程度で述べよ。
- （２）下線部（a）について、光化学系内のアンテナ複合体に含まれる多数のクロロフィルが、光合成反応のために果たす３つの役割を、以下の語句をすべて用いて合わせて２行程度で述べよ。
[反応中心、光エネルギー]
- （３）下線部（b）について、チラコイド膜のシトクロム b_6-f 複合体とフェレドキシンーNADP⁺還元酵素は、プロトン勾配形成に寄与する。電子の移動に伴って、これらの因子でおこるプロトンが関わる反応と、それがチラコイド内腔とストロマのプロトン濃度に与える影響を、因子ごとにそれぞれ３行程度で述べよ。

生物学

問題 2

以下の文章を読んで、設問（１）～（４）のすべてに答えよ。

遺伝子の情報に基づいて合成されるタンパク質は、(a) アミノ酸が重合したポリペプチド鎖である。(b) 重合したアミノ酸残基どうしが非共有結合することで、ポリペプチド鎖は正しく折りたたまれ、タンパク質は特定の立体構造を形成する。

- （１）下線部（a）について、タンパク質を構成する 20 種類のアミノ酸は、酸性側鎖、塩基性側鎖、非荷電極性側鎖、非極性側鎖をもつアミノ酸のいずれかに分類される。それぞれに属するアミノ酸を 1 種類ずつ挙げ、名称とアルファベット 1 文字の略号の両方を記せ。
- （２）下線部（b）について、非共有結合である水素結合とファンデルワールス引力の違いを、非共有結合するアミノ酸の構造的な特徴に基づいて 3 行程度で説明せよ。
- （３）下線部（b）について、非極性アミノ酸間の疎水効果の原理を 2 行程度で説明せよ。
- （４）タンパク質の分子量を推定する方法に、**SDS** ポリアクリルアミドゲル電気泳動法がある。この方法では、ドデシル硫酸ナトリウム（**SDS**）と還元剤のメルカプトエタノールを用いる。これらがタンパク質の立体構造に与える影響と、分子量を推定できる理由を、合わせて 5 行程度で説明せよ。

生物学

問題 3

以下の文章を読んで、設問（１）～（４）のすべてに答えよ。

制限酵素は二本鎖 DNA の特異的塩基配列を認識して切断する。マウス 2 個体（個体 A と個体 B）の血液から DNA を抽出し、常染色体上の Z 領域（全長 250 塩基対）を PCR で増幅した。それぞれの PCR 産物を特定の制限酵素で切断した。

- （１）EcoRV という制限酵素は特異的な配列（5'-GATATC-3'）を認識するが、この配列は確率的に何塩基対に 1 回現れると考えられるか答えよ。
- （２）個体 A では、制限酵素 EcoRV で切断後、180 塩基対、70 塩基対の 2 種類の DNA 断片が得られた。個体 B では、制限酵素反応の後、250 塩基対、180 塩基対、70 塩基対の 3 種類の長さの DNA 断片が得られた。この結果から個体 A と個体 B が持つ Z 領域についてわかることを 5 行程度で説明せよ。制限酵素反応は完全に行われたとする。
- （３）個体 A と個体 B を交配させ、仔の Z 領域の PCR 産物を制限酵素 EcoRV で切断した。250 塩基対、180 塩基対、70 塩基対の 3 種類の断片が出現する仔が生まれる確率を示せ。染色体の Z 領域での乗換えや突然変異は起きないものとする。
- （４）制限酵素は DNA を切断するのに対して、DNA リガーゼは DNA 断片の末端どうしを結合する。この DNA リガーゼの反応機構を、以下の語句をすべて用いて 3 行程度で説明せよ。
[ATP、リン酸基、ヒドロキシ基]

生物学

問題 4

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

(a) 原核生物は、ポリシストロニックな mRNA をもつ。一方、(b) 真核生物では RNA プロセシングを経て、機能する mRNA ができる。翻訳中の mRNA 分子は通常、(c) ポリリボソーム（またはポリソーム）とよばれる状態になっている。

- （１）下線部（a）について、原核生物のポリシストロニックとはどのような構造か、以下の語句をすべて用いて３行程度で説明せよ。
[開始コドン、リボソーム結合部位]
- （２）下線部（b）について、真核生物の mRNA 両末端はそれぞれ修飾を受けている。両末端の修飾の名称、構造および役割を、合わせて５行程度で説明せよ。
- （３）下線部（c）について、ポリリボソームとはどのような状態か、その機能的意義も含めて２行程度で説明せよ。

生物学

問題 5

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

植物の_(a) 細胞骨格や細胞外マトリックスは、動物のものと大きな違いがある。_(b) 植物の細胞外マトリックスである細胞壁は、_(c) 植物に特徴的な細胞・組織・個体を形作るのに重要である。

- （１）下線部（a）について、動物の細胞にあって植物の細胞にない細胞骨格を１種類挙げ、その有無が両細胞間のどのような性質の違いを生み出すのかについて、２行程度で説明せよ。
- （２）下線部（b）について、植物の細胞壁の構成要素であるセルロース微繊維の構造を、以下の語句をすべて用いて３行程度で説明せよ。
[グルコース、セルロース分子、水素結合]
- （３）下線部（c）について、成長に伴い植物細胞は形状を変化させる。セルロース微繊維は細胞の形状にどのように影響を与えるか、以下の語句をすべて用いて４行程度で説明せよ。
[一次細胞壁、膨圧、伸長、配向]

生物学

問題 6

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

生物の進化の歴史の中で、遺伝子はゲノム内で (a) 重複 と分岐を繰り返しながら多様化してきた。ヒトゲノムは約 19,000 個のタンパク質指令遺伝子を含む約 32 億塩基対からなるが、タンパク質の情報を持つ DNA 領域は全ゲノムの 2 % にも満たないことが知られている。

- （１）下線部（a）について、遺伝子が重複を起こす原因の 1 つとして、不等交差があげられる。不等交差によって遺伝子の重複が起こるしくみを、以下の語句をすべて用いて 3 行程度で説明せよ。

〔反復配列、相同染色体、相同組換え〕

- （２）ヒトゲノム上の DNA 配列の 40% 程度は逆転写酵素に依存してゲノム上で広まった配列であると考えられている。こうした配列が、逆転写酵素によってゲノム上で増えるしくみについて、3 行程度で説明せよ。

- （３）生命の系統樹で遠縁の生物間の類縁関係を探る際は、生存に必須な遺伝子の情報を持つ DNA 領域を解析対象とするのが望ましい。その理由を、以下の語句をすべて用いて 3 行程度で説明せよ。

〔致死的、変異、保存度〕

生物学

問題 7

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

細胞膜は脂質二重層とさまざまな膜タンパク質でできている。(a) 脂質二重層はイオンや極性分子をほとんど通さない。細胞膜でイオンを透過させる膜タンパク質の１つがイオンチャネルである。(b) イオンチャネルはさまざまな化学的あるいは物理的刺激に応答して開閉する。(c) 複数種類のイオンチャネルのはたらきにより、神経細胞では活動電位が生じる。

- （１）下線部（a）について、イオンや極性分子が脂質二重層を透過できない理由を、脂質二重層を構成する分子の構造に基づいて４行程度で説明せよ。
- （２）下線部（b）について、イオンチャネルの１つとして電位依存性チャネルがあるが、それ以外の例を２つ挙げ、それぞれがどのような細胞でどのような役割を果たしているか具体例を挙げて、合わせて４行程度で説明せよ。
- （３）下線部（c）について、活動電位の発生から静止膜電位に戻るしくみを４行程度で説明せよ。

生物学

問題 8

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

(a) 腸上皮細胞は隣接する細胞間で結合しており、(b) 腸管内腔からグルコースを体内に取り込む。その機能を実現するために、上皮細胞は腸管内腔に面する頂端部とその他の側面および基底部を区別して (c) 膜タンパク質を輸送する必要がある。

- (１) 下線部（a）について、接着結合は上皮層の構造に重要である。接着結合は、上皮細胞のどの部位に形成され、細胞内外でどのような分子によりつくられ、上皮層にどのような特徴を生み出すか、合わせて３行程度で説明せよ。
- (２) 下線部（b）について、グルコースが上皮細胞により腸管内腔から体内に取り込まれるしくみについて、以下の語句をすべて用いて５行程度で説明せよ。
[Na⁺ポンプ、Na⁺駆動グルコースポンプ、グルコース輸送体]
- (３) 下線部（c）について、細胞膜上の膜タンパク質はゴルジ体からどのように輸送されて細胞膜に組み込まれるか、以下の語句をすべて用いて３行程度で説明せよ。
[SNARE、輸送小胞]

生物学

問題 9

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

ハルジオン *Erigeron philadelphicus* は、_(a) 北アメリカ 原産の _(b) キク科 の多年生草本である。本種は _(c) 地下に伸ばした器官 に不定芽をつけて盛んに栄養繁殖する。

- （１）下線部（a）について、日本を含むユーラシア大陸北部と北アメリカは、同一の植物区系界に属する地域として扱われる。その植物区系界の名称は何か。またその特徴を３行程度で説明せよ。
- （２）下線部（b）について、キク科の花序の特徴を以下の語句をすべて用いて５行程度で説明せよ。
[偽花、子房、小花、舌状花、筒状花、頭状花序]
- （３）下線部（c）について、不定芽をつける器官が茎または根のいずれであるかを判断するにはどのような特徴に注目すればよいか、３行程度で説明せよ。

生物学

問題 10

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

動物の系統樹は形態学的データや分子データに基づいて検証され続けており、いくつかの_(a) クレードが認識されている。_(b) 軟体動物門は節足動物門に次いで２番目に種数の多い分類群であり、_(c) ８つの綱で構成されている。

- （１）下線部（a）について、軟体動物門が含まれるクレードを以下の語句から４つ選び、分岐の古い順に並べよ。

〔冠輪動物、後生動物、左右相称動物、新口動物、真正後生動物、脱皮動物〕

- （２）下線部（b）について、軟体動物門の形態学的特徴を５つ挙げよ。

- （３）下線部（c）について、軟体動物門に含まれる綱のうち２つを挙げ、それらの形態学および生態学的特徴を、各綱につき３行程度で説明せよ。

生物学

問題 11

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

視覚的な擬態は、_(a) 目立たなくする擬態と目立たせる擬態に分けられる。さらに、目立たせる擬態には、_(b) 有毒種のもつ警告色を無毒種がまねる擬態と、_(c) 共通の捕食者に晒される有毒種どうしが似通った警告色をもつ擬態がよく知られている。

- （１）下線部（a）について、捕食者が擬態する例と被食者が擬態する例をそれぞれ1つずつ挙げ、どのような対象に擬態しているかを具体的に述べよ。
- （２）下線部（b）および（c）の擬態をそれぞれ何と呼ぶか。「・・・型擬態」という形で答えよ。
- （３）下線部（b）の擬態では、擬態する側（ミミック）が増加すると、擬態される側（モデル）の警告色は多型化が促進される。それに対し、下線部（c）の擬態では、互いに相手の警告色に近づき均一化が促進される。これらの理由を6行程度で説明せよ。

生物学

問題 12

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

動物界では、親個体による卵や子どもの世話の様式に顕著な違いが存在する。_(a) 哺乳類では、雌親が子どもの世話をする傾向が強く、雄親が世話に参加する種は５％程度である。一方で、鳥類では約 90％の種で両性の親による世話が行われる。また、_(b) 体外受精で繁殖する魚類では、雄親による世話が広く見られる。動物界で、親個体による世話が行われる過程では、_(c) ３つの家族内対立が生じ得る。

- （１）下線部（a）について、哺乳類で雄親による世話が少ない理由を、哺乳類に特徴的な繁殖様式と雄の交尾機会の観点から、４行程度で説明せよ。
- （２）下線部（b）について、雄親と卵との関連が緊密になるような雄の行動が、雄親による世話が進化するための前適応になっていると考えられている。この雄の行動とは何かを答えよ。
- （３）下線部（c）について、３つの家族内対立では、どのような個体間でどのような対立が生じるのか、それぞれ２行程度で説明せよ。

生物学

問題 13

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

つぎつぎに生物種が消失し、生態系の破壊が進む中、限られた資金や労力ですべての種を保護することは難しい。_(a) アンブレラ種の保護は、そこに生息する他の生物種や_(b) 生物間相互作用、およびそれらによる_(c) 生態系機能を効果的に保全する手法の１つである。

- （１）下線部（a）について、アンブレラ種とは何かを２行程度で説明せよ。また、候補となる動物種を挙げて、その種の生態学的特徴を含めて、アンブレラ種とみなせる理由を３行程度で説明せよ。
- （２）下線部（b）の一例として、動物による植物の種子散布が知られている。動物による種子散布様式を２つ挙げよ。
- （３）下線部（c）について、動物による種子散布の例を１つ挙げて、どのように生態系に影響を与えているかを、４行程度で説明せよ。

生物学

問題 14

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

植物の_(a) 花粉媒介は、風や昆虫などによって行われる。ある種のランの花は、長く突出した距（唇弁の基部が膨らんで袋状になったもの）の奥底に蜜腺をもつ。この花は、長い口吻をもつガによって送粉される。このランの花形態とガの口吻の長さは、_(b) 共進化の結果であると考えられる。

- （１）植物と花粉を媒介する昆虫の関係が、植物と葉を食べる昆虫の関係とどのように異なっているかについて、互いにとっての利害の観点から３行程度で説明せよ。
- （２）下線部（a）について、植物が花粉の媒介を、風ではなく昆虫に頼ることで生じる利益とコストを合わせて３行程度で説明せよ。
- （３）下線部（b）について、このランとガの間で共進化が生じる仕組みを４行程度で説明せよ。

生物学

問題 15

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

南アフリカから出土した ^(a) 367±16 万年前の *Australopithecus* 属の化石 StW 573（通称・「リトルフット」） には、^(b) 全身の 90%以上の骨が含まれる。その 1 つである ^(c) 大腿骨は、この動物の大腿部が股関節でやや内転した姿勢にあったことを示す形態を有している。一方、肩甲骨の形態からは、この動物が上肢でぶら下がる行動も頻繁に行っていたことが推測される。

- （１）下線部（a）について、StW 573 よりも古い年代の化石人類、および新しい年代の化石人類の名前（学名か通称のいずれか）を 1 つずつ挙げよ（カタカナ、アルファベットのいずれの表記でもよい）。
- （２）下線部（b）について、StW 573（通称・「リトルフット」）以外に全身の半分近く、あるいはそれ以上の骨が見つかった初期人類化石の通称を 1 つ挙げよ（カタカナ、アルファベットのいずれの表記でもよい）。また、人類進化の研究において、全身骨格が発見される意義について 4 行程度で述べよ。
- （３）下線部（c）について、これは、StW 573 が日常的に二足歩行を行っていたことを示す特徴だと考えられている。その理由を 4 行程度で説明せよ。

生物学

問題 16

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

霊長類の中でも_(a) マーモセット亜科 (Callitrichinae) の種では、母親以外の社会集団のメンバーが育児を支援する_(b) 共同養育が顕著に見られる。またこうした種では、_(c) 成熟個体どうしても積極的な利他行動が観察される。

- （１）下線部（a）について、マーモセット亜科のなかで共同養育が顕著な種を１つ挙げ、その種の分布域と配偶システムの特徴について２行程度で説明せよ。
- （２）下線部（b）について、共同養育が、霊長類種の母親に及ぼす影響を以下の語句をすべて用いて２行程度で説明せよ。
[コスト、出産間隔]
- （３）下線部（c）について、報酬と労働が統制された実験環境での研究で明らかにされていることを３行程度で説明せよ。

物理学

問題 17

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。答えだけでなく計算過程がわかるように解答すること。

水平方向を x 軸、鉛直方向を y 軸にとる。時刻 $t = 0$ に原点 O から初速度 $\boldsymbol{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0})$ で質量 m の質点を投げ上げる ($v_{x0} > 0, v_{y0} > 0$)。質点は、 y 軸負方向への重力に加えて、速度 \boldsymbol{v} に比例する抵抗 $-\gamma \boldsymbol{v}$ を受ける。ここで、 γ は抵抗の強さを表す比例定数 ($\gamma > 0$) である。重力加速度を g とする。次の近似式を使ってよい：

$$\ln(1+a) \sim a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3}, \quad |a| \ll 1 \text{ のとき}$$

- （１）質点の速度 $\boldsymbol{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$ についての微分方程式を書き、それを解いて、時刻 t における速度 $\boldsymbol{v}(t)$ を求めよ。
- （２）時刻 t における位置 $\boldsymbol{r}(t) = (x(t), y(t))$ を求めよ。
- （３）質点が到達する最高点の高さ y_{\max} を求めよ。次に、時刻 $t = 0$ において鉛直方向の抵抗が重力よりも十分小さい場合 ($\gamma v_{y0} \ll mg$) を考える。 y_{\max} が、抵抗のない場合に到達する最高点に比べてどれだけ下がるかを、 γ の１次の項まで求めよ。

物理学

問題 18

以下の文章を読んで、設問（１）～（５）のすべてに答えよ。（２）～（５）については、答えだけでなく計算過程がわかるように解答すること。

大気の温度 $T(z)$ は高度 z の上昇とともに低下する。1 km 上昇するごとに気温が何度低下するかを考察する。大気は理想気体であり、また上昇とともに大気は準静的に断熱膨張するものと仮定する。大気の気体分子の平均分子量を m 、気体定数を R 、重力加速度を g とせよ。

（１）大気の圧力を $P(z)$ 、モル体積を $v(z)$ として、高度 z における大気の状態方程式を書け。

（２）高度 z において、底面積 S 、微小な高さ dz の円柱は、上面の圧力、下面の圧力、および円柱内の大気の重力でつりあっている。このことから、大気の圧力 $P(z)$ の高度 z による微分 dP/dz を求めよ。

（３）準静的な断熱膨張において

$$Pv^\gamma = \text{一定}$$

が成り立つ。ここで γ は定圧比熱と定積比熱の比を表す 1 より大きい定数である。このときモル体積 v の圧力 P による微分 dv/dP を求めよ。

（４）（１）～（３）の結果を用いて温度 T の高度 z による微分 dT/dz を求めよ。

（５） $m = 28$ 、 $R = 8 \text{ m}^2\text{kg s}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ 、 $\gamma = 1.4$ 、 $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ として、1 km 上昇するごとに気温が何度低下するか求めよ。

化学

問題 19

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

一次元の井戸型ポテンシャル中にある質量 m の粒子のシュレーディンガー方程式を考える。井戸型ポテンシャルでは、ポテンシャルエネルギーが、 $0 \leq x \leq a$ で 0、それ以外の範囲 ($x < 0$, $a < x$) で無限大である。 $0 \leq x \leq a$ において、この粒子のシュレーディンガー方程式は次式で表せる。

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x) \quad \text{ただし} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

ここで、 ψ は粒子の波動関数、 E はエネルギー、 h はプランク定数である。波動関数の絶対値の 2 乗は粒子の存在確率を表す。

この方程式の解は、次の形をもつ。

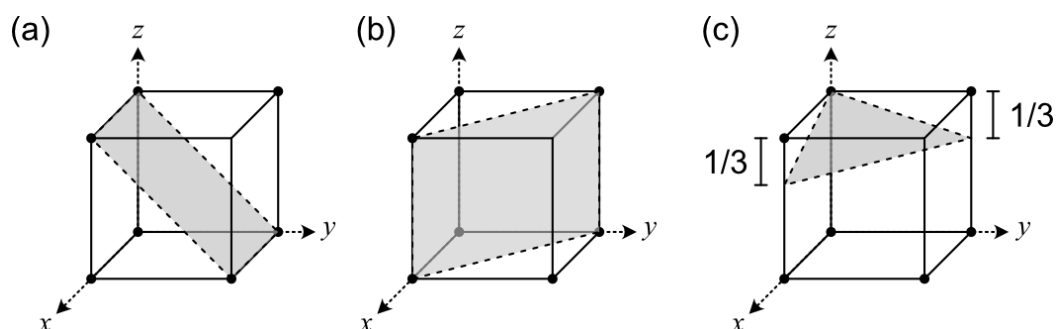
$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

ここで、 A と B は定数、 k は正の実数とする。

- （１） $x = 0$ および $x = a$ では粒子は存在できないため波動関数は 0 である。これを境界条件という。境界条件 $\psi(0) = 0$, $\psi(a) = 0$ から、とりうるエネルギーは離散的な値になることを示せ。
- （２）粒子の存在確率を全空間にわたって積分すれば 1 になる。これを規格化条件という。規格化条件を使って、最も低いエネルギーを持つ粒子の波動関数を求めよ。ただし、波動関数は実数とする。
- （３）ブタジエン ($\text{CH}_2=\text{CH}\cdot\text{CH}=\text{CH}_2$) の π 電子の波動関数は、両端の炭素原子間の距離 6.0 \AA を a とした一次元の井戸型ポテンシャルのシュレーディンガー方程式に従うと仮定する。ブタジエンの π 電子の最も低いエネルギーを求めよ。プランク定数 h は $6.0 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ 、電子の質量は $9.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$ とする。

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。

- （１）下図（a）～（c）の単純立方格子中の網掛けで示された面のミラー指数を示せ。結晶軸は図中の通りとする。



- （２）単純立方格子構造をもつ結晶に波長 $1.7 \times 10^{-1} \text{ nm}$ の X 線を照射したところ、ミラー指数 $\{1\ 0\ 0\}$ で表される結晶面からの反射が、回折角 $2\theta = 20^\circ$ のところに現れた。この面の面間隔 $d_{1\ 0\ 0}$ を求めよ。 $\sin 10^\circ = 0.17$ とせよ。
- （３）（２）の結晶において、ミラー指数 $\{1\ 1\ 0\}$ で表される結晶面からの反射の回折角を 2θ とするとき、 $\sin \theta$ を計算せよ。 $\sqrt{2} = 1.4$ とせよ。

数学

問題 21

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。答えだけでなく、途中の計算過程が分かるように解答すること。

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ を互いに異なる実数として、３次の多項式

$$g(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3)$$

を考える。実数係数の２次以下の多項式 $f(x)$ に対して、定数 A_1, A_2, A_3 を用いて

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A_1}{x - \alpha_1} + \frac{A_2}{x - \alpha_2} + \frac{A_3}{x - \alpha_3}$$

と部分分数分解する。

（１） $g'(\alpha_k) \neq 0$ ($k = 1, 2, 3$) であることを示せ。

（２） A_1 が以下のように書けることを示せ。

$$A_1 = \frac{f(\alpha_1)}{g'(\alpha_1)}$$

（３） $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ を互いに異なる実数として、 n 次の多項式

$$g(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n)$$

を用いて、実数係数の $n - 1$ 次以下の多項式 $f(x)$ を、以下のように部分分数分解する。

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A_1}{x - \alpha_1} + \frac{A_2}{x - \alpha_2} + \cdots + \frac{A_n}{x - \alpha_n}$$

このとき、

$$A_k = \frac{f(\alpha_k)}{g'(\alpha_k)} \quad (k = 1, \dots, n)$$

であることを示せ。

数学

問題 22

以下の文章を読んで、設問（１）～（３）のすべてに答えよ。答えだけでなく、途中の計算過程が分かるように解答すること。

$f(x, y)$ を全微分可能な関数とし、 n を自然数、 t を任意の正の実数とする。

（１） $f(x, y)$ が、 $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$ を満たすとき、以下が成り立つことを示せ。

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$$

（２） $txf_x(tx, ty) + tyf_y(tx, ty) = nf(tx, ty)$ が成り立つとき、以下で定義される $g(t)$ が、 t に依存しないことを示せ。

$$g(t) = \frac{f(tx, ty)}{t^n}$$

（３） $txf_x(tx, ty) + tyf_y(tx, ty) = nf(tx, ty)$ が成り立つとき、 $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$ が成り立つことを（２）の結果を用いて示せ。

Biology

Test 1

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

The chloroplast thylakoid membrane contains several enzymes and complexes, including (a)the photosystem containing the green pigment chlorophyll, the cytochrome *b₆-f* complex, and ATP synthase. (b)The action of some of these components creates a proton gradient between the thylakoid lumen and the stroma. Chloroplast ATP synthase mainly uses this proton gradient to synthesize ATP.

- (1) Regarding the underlined part (a), explain why chlorophyll appears green, referring to the wavelength range of light absorbed by chlorophyll, in about 2 lines.
- (2) Regarding the underlined part (a), state the 3 roles of the numerous chlorophylls in the antenna complex in the photosystem for photosynthetic reactions, using both of the following words, in about 2 lines in total.
“light energy”, “reaction center”
- (3) Regarding the underlined part (b), the cytochrome *b₆-f* complex and ferredoxin-NADP⁺ reductase in the thylakoid membrane contribute to proton gradient formation. Describe the proton reaction associated with the transfer of electrons and its effect on the proton concentration in the thylakoid lumen and stroma, in about 3 lines for each component.

Biology

Test 2

Read the following text and answer all the questions from (1) to (4).

A protein, synthesized based on gene information, consists of ^(a) amino acids polymerized into a polypeptide chain. ^(b) A polypeptide chain is properly folded via noncovalent bonding between amino acid residues, resulting in the formation of a specific protein conformation.

- (1) Regarding the underlined part (a), the 20 amino acids that assemble proteins are grouped according to whether their side chains are acidic, basic, uncharged polar, or nonpolar. Answer both the name and one-letter alphabetical abbreviation of one of amino acids belonging to each of the 4 groups.
- (2) Regarding the underlined part (b), explain the difference between “hydrogen bonds” and “van der Waals attractions”, based on the aspects of amino acids making noncovalent bonds, in about 3 lines.
- (3) Regarding the underlined part (b), explain the principle of the hydrophobic force between nonpolar amino acids in about 2 lines.
- (4) SDS polyacrylamide gel electrophoresis is a method to estimate the molecular weight of proteins. This method uses both sodium dodecyl sulfate (SDS) and a reducing agent (mercaptoethanol). Describe the effect of these chemical agents on protein structure and the reason why the molecular weight can be estimated in about 5 lines in total.

Biology

Test 3

Read the following text and answer all the questions from (1) to (4).

Restriction enzymes recognize and cleave specific sequences of double-stranded DNA. DNA was extracted from the blood of 2 mice (individual A and individual B) and the Z region (250 base pairs in length) on an autosomal chromosome was amplified by PCR. Each PCR product was cleaved with a specific restriction enzyme.

- (1) The restriction enzyme EcoRV recognizes a specific sequence (5'-GATATC-3'). Statistically, in how many base pairs is this sequence expected to appear once?
- (2) In individual A, 2 DNA fragments of 180 base pairs and 70 base pairs were obtained after cleavage with restriction enzyme EcoRV. In individual B, 3 DNA fragments of 250 base pairs, 180 base pairs, and 70 base pairs, were obtained after the restriction enzyme reaction. Explain what these results tell us about the Z regions of individuals A and B in about 5 lines. Assume that the restriction enzyme reaction was complete.
- (3) Individual A and individual B were mated, and the PCR product of the Z region of their offspring was cleaved with the restriction enzyme EcoRV. Indicate the probability of the appearance of offspring with 3 different fragments of 250 base pairs, 180 base pairs, and 70 base pairs. Ignore the possibility of crossover or mutation in the Z region on the chromosome.
- (4) Restriction enzymes cleave DNA, whereas DNA ligases join the ends of DNA fragments together. Explain the reaction mechanism of DNA ligase using all the following words in about 3 lines.
“ATP”, “phosphate group”, “hydroxy group”

Biology

Test 4

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

(a)Prokaryotes have polycistronic mRNAs. On the other hand, (b)eukaryotes produce functional mRNAs through RNA processing. During translation, a mRNA molecule is usually organized into a state called (c)polyribosome (or polysome).

- (1) Regarding the underlined part (a), explain the polycistronic structure in prokaryotes using both of the following words in about 3 lines.
“start codon”, “ribosome binding site”
- (2) Regarding the underlined part (b), both ends of eukaryotic mRNA are modified. Explain the name, structure and role of the modifications at both ends in about 5 lines in total.
- (3) Regarding the underlined part (c), describe the state of the polyribosome and its functional significance in about 2 lines.

Biology

Test 5

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

(a)Cytoskeletons and the extracellular matrices of plants show differences from those of animals.
(b)The plant cell wall is a type of extracellular matrix. (c)It plays an important role to form the shape of cells, tissues and the plant body.

- (1) Regarding the underlined part (a), answer the name of 1 type of animal cell cytoskeleton that does not exist in plant cells, and explain its role to make a difference between plant and animal cells in about 2 lines.
- (2) Regarding the underlined part (b), explain the structure of cellulose microfibrils composing the plant cell wall using all the following words in about 3 lines.
“glucose”, “cellulose molecule”, “hydrogen bond”
- (3) Regarding the underlined part (c), cell shape changes accompany the plant growth. Explain how cellulose microfibrils affect the cell shape, using all the following words in about 4 lines.
“primary cell wall”, “turgor pressure”, “elongation”, “orientation”

Biology

Test 6

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

In the long history of biological evolution, genes have diversified through repetitive (a)duplication and divergence in a genome. The human genome consists of around 3.2 billion base pairs containing around 19,000 protein coding genes, and less than 2% of the DNA sequence encodes information of proteins.

- (1) Regarding the underlined part (a), unequal crossing-over is one of the causes of gene duplications. Explain how an unequal crossing-over facilitates gene duplication using all the following words in about 3 lines.
“repeat sequence”, “homologous chromosome”, “homologous recombination”
- (2) Around 40% of the human genome DNA sequence is thought to have proliferated throughout the genome relying on reverse transcriptases. Explain how such sequences spread in a genome by reverse transcriptases in about 3 lines.
- (3) In order to infer the phylogeny of distant organisms on the tree of life, DNA regions encoding essential genes are desirable target of the analysis. Explain its reason using all the following words in about 3 lines.
“conserved”, “lethal”, “mutation”

Biology

Test 7

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

The plasma membrane consists of a lipid bilayer and various membrane proteins. (a) Ions and polar molecules cannot cross the lipid bilayer. One category of membrane proteins that let the ions cross the plasma membrane is ion channels. (b) The ion channels open and/or close in response to various chemical or physical stimuli. In nerve cells, (c) the action potential is generated by the activities of multiple types of ion channels.

- (1) Regarding the underlined part (a), explain the reason, in about 5 lines, why ions and polar molecules cannot cross the lipid bilayer, referring to the structure of the molecules composing the lipid bilayer.
- (2) Regarding the underlined part (b), 1 type of the ion channels is the voltage-gated ion channel. Name 2 other types of channels, give an example of typical cells using each type and explain its role in about 4 lines in total.
- (3) Regarding the underlined part (c), explain the mechanism of generation and termination of the action potential in about 5 lines.

Biology

Test 8

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

(a)Intestinal epithelial cells are bound together among neighboring ones, and (b)play a role in glucose absorption from the intestinal lumen into the body. For this, (c)membrane proteins have to be transported appropriately to the target membrane area discriminating the apical region facing the intestinal lumen from the other basal and lateral membrane regions.

- (1) Regarding the underlined part (a), adherens junctions are critical for the epithelial layer. Explain the location, constituting molecules in and out of the cells, and functional significance of the adherens junctions in about 3 lines in total.
- (2) Regarding the underlined part (b), explain the mechanism of how glucose is transported from the intestinal lumen into the extracellular fluid of the body through the epithelial cells in about 5 lines, using all the following words.
“Na⁺ pump”, “Na⁺-glucose cotransporter”, “glucose transporter”
- (3) Regarding the underlined part (c), explain the mechanism of how membrane proteins are delivered to the plasma membrane from the Golgi apparatus in about 3 lines, using both of the following words.
“SNARE”, “transport vesicle”

Biology

Test 9

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

Erigeron philadelphicus is a perennial herb native to ^(a)North America of the family ^(b)Asteraceae. This species reproduces actively with adventitious buds on ^(c)underground extending organs.

- (1) Regarding the underlined part (a), northern Eurasia, including Japan, and North America are treated as regions belonging to the same floristic kingdom. What is the name of this floristic kingdom? Also, explain its characteristics in about 3 lines.
- (2) Regarding the underlined part (b), describe the inflorescence of Asteraceae in about 5 lines using all of the following words.
“capitulum (head)”, “disk-floret”, “floret”, “ovary”, “pseudanthium (false flower)”, “ray-floret”
- (3) Regarding the underlined part (c), in about 3 lines, explain what characteristics should be noted to determine whether the organ that produces adventitious buds is a stem or a root.

Biology

Test 10

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

Phylogeny of Animalia is still being debated on the morphological and molecular data, and several (a)clades have been recognized. (b)Phylum Mollusca has the second highest species richness of any group following Phylum Arthropoda, and is comprised of (c)8 classes.

- (1) Regarding the underlined part (a), select 4 clades that include Phylum Mollusca from the following words and arrange them from oldest to newest.
“Bilateria”, “Deuterostome”, “Ecdysozoa”, “Eumetazoa”, “Lophotrochozoa”, “Metazoa”
- (2) Regarding the underlined part (b), describe 5 morphological characters of Phylum Mollusca.
- (3) Regarding the underlined part (c), list the names of 2 classes belonging to Phylum Mollusca and describe their morphological and ecological characters in about 3 lines for each class.

Biology

Test 11

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

Visual mimicry can be divided into 2 types: ^(a)a type that makes animals less conspicuous and a type that makes them more conspicuous. Furthermore, 2 subtypes of the latter type are well known: ^(b)a subtype in which a non-toxic species mimic a toxic species with the aposematic coloration, and ^(c)another subtype in which 2 or more toxic species sharing common predators have similar aposematic coloration.

- (1) Regarding the underlined part (a), give 1 example each of predator and prey mimicking, and describe specifically what they are mimicking.
- (2) What are the underlined parts (b) and (c) of mimicry called, respectively? Answer in the form “___ mimicry”.
- (3) In the mimicry described in the underlined part (b), when the number of mimics (the mimicking species) increases, the aposematic coloration of the models (the mimicked species) becomes polymorphic. In contrast, in the mimicry described in the underlined part (c), both species approach each other's aposematic coloration, promoting uniformity. Explain the reasons in about 6 lines.

Biology

Test 12

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

There are remarkable differences in patterns of parental care for the eggs and/or young across the animal kingdom. (a) In mammals, females are more likely to care for their offspring, while parental care by males is seen in only about 5% of species. In contrast, parental care is provided by both males and females in about 90% of species in birds. In addition, (b) male parental care is widespread in fishes with external fertilization. During the process of such parental care across the animal kingdom, (c) 3 types of family conflict can occur.

- (1) Regarding the underlined part (a), explain in about 4 lines why male parental care is rare in mammals, considering reproductive patterns characteristic of mammals and male mating opportunities.
- (2) Regarding the underlined part (b), male behavior that results in close association between the male parent and the egg is thought to be a preadaptation for male parental care. Answer what that male behavioral characteristic is.
- (3) Regarding the underlined part (c), describe in about 2 lines what kind of conflicts occur between what kind of individuals for each of the 3 conflicts.

Biology

Test 13

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

Amidst the ongoing loss of species and destruction of ecosystems, it is challenging to preserve all species with limited funds and resources. Protecting ^(a)umbrella species is one effective approach for conserving other species inhabiting an area as well as ^(b)interspecific interactions and their ^(c)ecosystem functions.

- (1) Regarding the underlined part (a), explain what umbrella species are, in about 2 lines. In addition, give a candidate of umbrella species and explain the reason for your choice including their ecological characteristics in about 3 lines.
- (2) Regarding the underlined part (b), plant seed dispersal by animals is one of the interspecific interactions. List 2 modes of seed dispersal by animals.
- (3) Regarding the underlined part (c), explain the process of seed dispersal by animals affecting ecosystems with 1 example in about 5 lines.

Biology

Test 14

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

The ^(a)pollination of plants is carried out by various means, including by wind or by insects. The flower of an orchid species has an elongated spur (a swollen base of the labellum that forms a pouch-like structure), with a nectary located deep within. These flowers are pollinated by moths with long proboscises. The floral morphology of this orchid and the length of the moth's proboscis are considered to be the result of ^(b)coevolution.

- (1) Explain in about 3 lines how the relationship between plants and pollinating insects differs from the relationship between plants and leaf-feeding insects from the perspective of reciprocal benefits and costs.
- (2) Regarding the underlined part (a), explain the benefits and costs incurred by plants relying on insects, rather than wind, for pollination, in about 3 lines in total.
- (3) Regarding the underlined part (b), explain the mechanism by which coevolution occurs between this orchid species and a moth species in about 4 lines.

Biology

Test 15

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

(a) A 3.67 ± 0.16 million year old *Australopithecus* fossil from South Africa, StW 573 (nicknamed “Littlefoot”), contains (b) over 90% of the bones of the body. One of these bones, (c) the femur, has a morphology that indicates that the thigh of this animal was in a slightly adducted position at the hip joint. Conversely, the morphology of the scapula suggests that this animal also frequently engaged in suspensory behavior with its upper limbs.

- (1) Regarding the underlined part (a), give the species scientific name or nickname of 1 fossil hominin older than StW 573 and 1 fossil hominin younger than StW 573.
- (2) Regarding the underlined part (b), give a nickname for an early hominin fossil other than StW 573 (nickname: “Littlefoot”) for which almost half or more than half of the bones have been found. Also, in about 4 lines, describe the significance of the discovery of almost the entire skeleton for the study of human evolution.
- (3) Regarding the underlined part (c), this is considered to be a characteristic indicating that StW 573 was habitually engaged in bipedalism. Explain the reason why in about 4 lines.

Biology

Test 16

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

Among (a)primate species in the subfamily Callitrichinae, (b)cooperative breeding, in which members of the social group other than the mother assist in child rearing, is observed remarkably. (c)Active altruistic behavior is also observed among mature individuals in species of this subfamily.

- (1) Regarding the underlined part (a), name 1 species that is a significant cooperative breeder in the subfamily Callitrichinae and describe the distribution range and mating system characteristics of that species in about 2 lines.
- (2) Regarding the underlined part (b), explain the effects of cooperative breeding on mothers of primate species in about 2 lines, using both of the following words.
“cost”, “birth interval”
- (3) Regarding the underlined part (c), explain in about 3 lines what has been shown for captive animals in laboratory settings where rewards and labors are controlled.

Physics

Test 17

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3). Describe your calculation processes in addition to the answers.

The x -axis is set in the horizontal direction and the y -axis is set in the vertical direction. A mass point with mass m is thrown up from origin O at time $t = 0$ with an initial velocity $\mathbf{v}_0 = (v_{x0}, v_{y0})$ where $v_{x0} > 0$, $v_{y0} > 0$. In addition to gravity acting in the negative direction of the y -axis, the mass point is subjected to a resistive force $-\gamma\mathbf{v}$ proportional to the velocity \mathbf{v} , where γ is a proportionality constant ($\gamma > 0$) that represents the strength of the resistance. Let g be the gravitational acceleration of gravity. You may use the following approximate formula:

$$\ln(1 + a) \sim a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} \quad , \quad \text{when } |a| \ll 1$$

- (1) Write the differential equation for the velocity $\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$ of the mass point and solve it to obtain the velocity $\mathbf{v}(t)$ at time t .
- (2) Find the position $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$ at time t .
- (3) Find the height y_{max} of the highest point reached by the mass point. Next, consider the case where the vertical resistive force at time $t = 0$ is sufficiently smaller than gravity ($\gamma v_{y0} \ll mg$). Find how much lower y_{max} is compared to the highest point reached when there is no resistive force, up to the first order in γ .

Physics

Test 18

Read the following text and answer all the questions from (1) to (5). For (2) to (5), describe your calculation processes in addition to the answers.

The atmospheric temperature $T(z)$ decreases as altitude z increases. Consider how many degrees the temperature decreases for every 1 km ascended. Assume that the atmosphere is an ideal gas and that the atmosphere expands adiabatically and quasi-statically with ascent. Let m be the mean molecular weight of the gas molecules in the atmosphere, R be the gas constant, and g be the gravitational acceleration of gravity.

- (1) Write the equation of state for the atmosphere at altitude z , with $P(z)$ as the atmospheric pressure and $v(z)$ as the molar volume.
- (2) At altitude z , a cylinder of base area S and infinitesimal height dz is suspended by the pressure on the top surface, the pressure on the bottom surface, and the gravity of the atmosphere inside the cylinder. Using the provided information, find the derivative dP/dz of the atmospheric pressure $P(z)$ with respect to altitude z .
- (3) In the quasi-static adiabatic expansion process,

$$Pv^\gamma = \text{constant}$$

holds, where γ is a constant greater than 1 that expresses the ratio of the specific heat of constant pressure to the specific heat of constant volume. Find the derivative dv/dP of the molar volume v with respect to pressure P .

- (4) Using the results of (1) ~ (3), find the derivative dT/dz of the temperature T with respect to altitude z .
- (5) Assuming $m = 28$, $R = 8 \text{ m}^2\text{kg s}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $\gamma = 1.4$, and $g = 10 \text{ ms}^{-2}$, find how many degrees the temperature decreases for every 1 km ascended.

Chemistry

Test 19

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

Consider the Schrödinger equation for a particle of mass m in a square well potential. In this square well potential, the potential energy is zero for $0 \leq x \leq a$ and infinite for the rest of the range ($x < 0$, $a < x$). For $0 \leq x \leq a$, the Schrödinger equation for this particle can be expressed as follows:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x) \quad \text{where} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

where ψ is the wave function of the particle, E is the energy, and h is the Planck constant. The square of the absolute value of the wave function represents the probability of the existence of the particle.

The solutions to this equation take the following form:

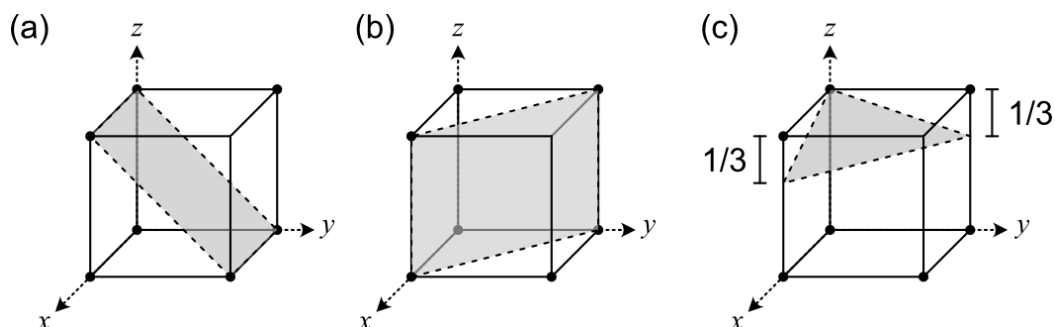
$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

where A and B are constants, and k is a positive real number.

- (1) At $x = 0$ and $x = a$, a particle cannot exist, thus the wave function is 0. This is referred to as the boundary condition. Show that the energy levels are discrete values from the boundary conditions $\psi(0) = 0$, $\psi(a) = 0$.
- (2) Integrating the probability of a particle's existence over the entire space results in 1. This is referred to as the normalization condition. Using the normalization condition, determine the particle's wave function with the lowest energy. The wave function is assumed to be a real number.
- (3) The wave function of the π -electrons in butadiene ($\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}_2$) is assumed to obey the Schrödinger equation for a square well potential with a length of 6.0 \AA , which is the distance between the carbon atoms at both ends. Determine the lowest energy of the π -electron of butadiene. The Planck constant h is $6.0 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, and the mass of the electron is $9.0 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

Read the following text and answer all the questions from (1) to (3).

- (1) Show the Miller indices of the shaded planes in the simple cubic lattice in figures (a) - (c) below. The crystal axes should be as shown in the figure.



- (2) When crystals with a simple cubic lattice structure were irradiated with X-rays at a wavelength of 1.7×10^{-1} nm, a reflection from the crystal plane, represented by the Miller index $\{1\ 0\ 0\}$, appeared at a diffraction angle of $2\theta = 20^\circ$. Calculate the interplanar spacing $d_{1\ 0\ 0}$ of this crystal plane. Use $\sin 10^\circ = 0.17$.
- (3) In the crystal described in (2), calculate the $\sin \theta$ for the reflection with Miller index $\{1\ 1\ 0\}$. Use $\sqrt{2} = 1.4$.

Mathematics

Test 21

Read the following text and answer all questions from (1) to (3). Describe your calculation processes in addition to answers.

Let α_1, α_2 , and α_3 be different real numbers from each other, and consider the following cubic polynomial:

$$g(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3)$$

For a polynomial $f(x)$ of the second degree or less with real coefficients, use the constants A_1, A_2 , and A_3 to perform a partial fractional decomposition as follows:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A_1}{x - \alpha_1} + \frac{A_2}{x - \alpha_2} + \frac{A_3}{x - \alpha_3}$$

(1) Show that $g'(\alpha_k) \neq 0$ ($k = 1, 2, 3$).

(2) Show that A_1 can be written as follows:

$$A_1 = \frac{f(\alpha_1)}{g'(\alpha_1)}$$

(3) Using the n th degree polynomial

$$g(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \cdots (x - \alpha_n)$$

with $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ as different real numbers from each other, a polynomial $f(x)$ of $(n - 1)$ th degree or less with real coefficients is partially fractionally decomposed as follows:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A_1}{x - \alpha_1} + \frac{A_2}{x - \alpha_2} + \cdots + \frac{A_n}{x - \alpha_n}$$

Show that:

$$A_k = \frac{f(\alpha_k)}{g'(\alpha_k)} \quad (k = 1, \dots, n)$$

Mathematics

Test 22

Read the following text and answer all questions from (1) to (3). Describe your calculation processes in addition to the answers.

Let $f(x, y)$ be a totally differentiable function, n be a natural number, and t be any positive real number.

- (1) Show that if $f(x, y)$ satisfies $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$, then the following equation holds.

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$$

- (2) If $txf_x(tx, ty) + tyf_y(tx, ty) = nf(tx, ty)$, show that $g(t)$, defined below, is independent of t .

$$g(t) = \frac{f(tx, ty)}{t^n}$$

- (3) If $txf_x(tx, ty) + tyf_y(tx, ty) = nf(tx, ty)$, show that $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$ using the result in (2).